

# PROGRESII GEOMETRICE

**Definiție:** Se numește progresie geometrică un șir de numere reale cu primul termen nenul, în care fiecare termen, începând cu al doilea, se obține din precedentul prin înmulțirea cu același număr nenul, numit rație.

$$(b_n)_{n \geq 1} \Leftrightarrow b_{k+1} = b_k \cdot q, \quad (\forall) k \geq 1, q \neq 0, q \in \mathbb{R}$$

**Proprietatea 1:** Orice termen al unei progresii geometrice cu termeni pozitivi, începând cu al doilea, este media geometrică a termenilor vecini lui. Este adevărată și afirmația reciprocă.

$$(b_n)_{n \geq 1} \text{ progresie geometrică} \Leftrightarrow b_n = \sqrt{b_{n-1} \cdot b_{n+1}}, \quad (\forall) n \geq 2$$

**Formula termenului general:**

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}, \quad (\forall) n \geq 1$$

**Proprietatea 2:** Fie  $b_1, b_2, \dots, b_n$

$n$  numere în progresie geometrică. Atunci:

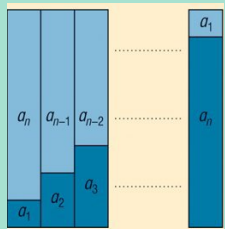
$$b_k \cdot b_{n-k+1} = b_1 \cdot b_n, \quad (\forall) k = \overline{1, n}$$

**Suma primilor  $n$  termeni ai unei progresii geometrice**

$$S_n = \frac{b_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}, \quad (q \neq 1)$$

**De reținut:**

- Cum arătăm că un șir este progresie geometrică?  
Se calculează raportul dintre doi termeni consecutivi ai șirului.
- Cum calculăm un termen, rangul unui termen sau suma unei progresii geometrice?  
Se folosește formula termenului general sau formula sumei progresiei geometrice.



# PROGRESII ARITMETICE

**Definiție:** Se numește progresie aritmetică un șir de numere reale în care fiecare termen, începând cu al doilea, se obține din precedentul prin adunarea unui aceluiasi număr, numit rație.

$$\div (a_n)_{n \geq 1} \Leftrightarrow a_{n+1} = a_n + r, (\forall) n \in \mathbb{N}, n \geq 1, r \in \mathbb{R}$$

**Condiția necesară și suficientă ca trei numere reale a, b, c, în această ordine, să fie în progresie aritmetică este:**

$$b = \frac{a+c}{2}$$

**Formula termenului general :**

$$\div (a_n)_{n \geq 1} \Rightarrow a_n = a_1 + (n-1)r, (\forall) n \geq 1$$

**Suma primilor n termeni ai unei progresii aritmetice**

$$\div (a_n)_{n \geq 1} \Rightarrow S_n = \frac{(a_1+a_n) \cdot n}{2} = \frac{[2a_1+(n-1) \cdot r] \cdot n}{2}, n \geq 2$$

**Observații:**

- dacă  $r > 0$  progresia aritmetică este crescătoare
- dacă  $r < 0$  progresia aritmetică este descrescătoare
- dacă  $r = 0$  progresia aritmetică este constantă, toți termenii progresiei sunt egali cu primul termen

**De reținut:**

- Cum arătăm că un șir este progresie aritmetică?  
Se calculează diferența dintre doi termeni consecutivi ai șirului.
- Cum calculăm un termen, rangul unui termen sau suma unei progresii aritmetice?  
Se folosește formula termenului general sau formula sumei progresiei aritmetice.